

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione verticale V_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto E , v_E .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

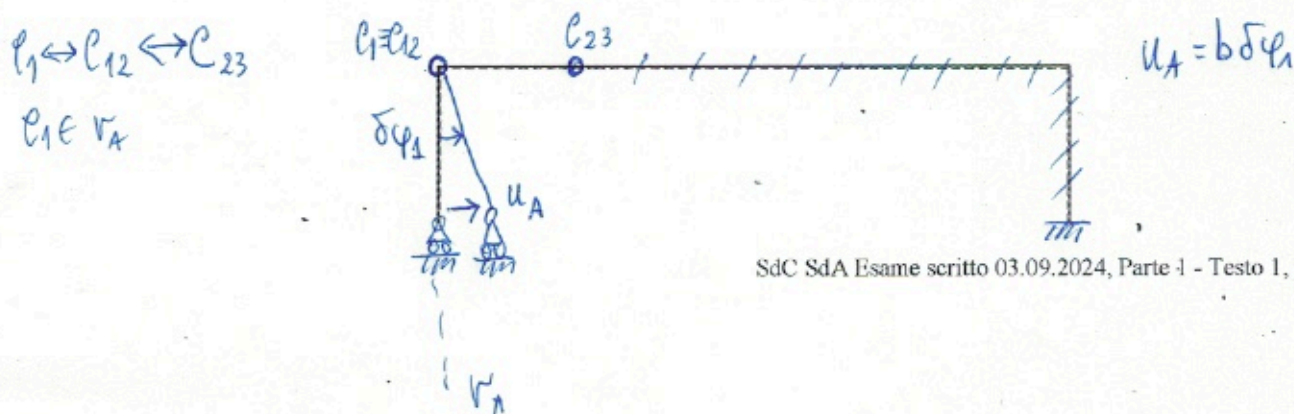
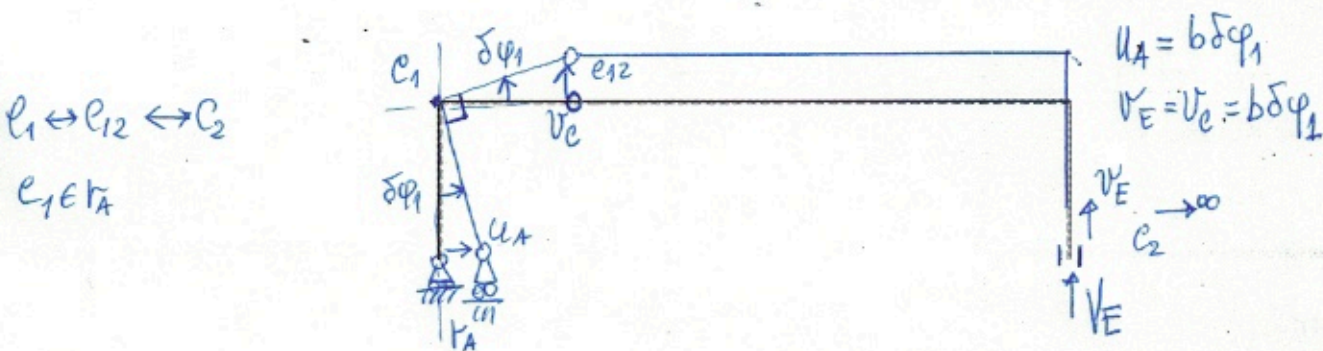
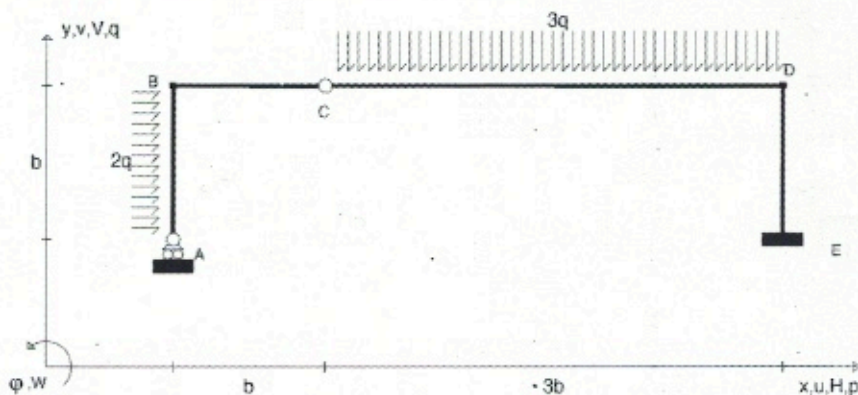
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CDE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC_SdA 03.09.24*004



$$V_E(\hat{u}) = 8qb; C_1 = (0, b); C_2 = (0, 0); C_{12} = (b, b);$$

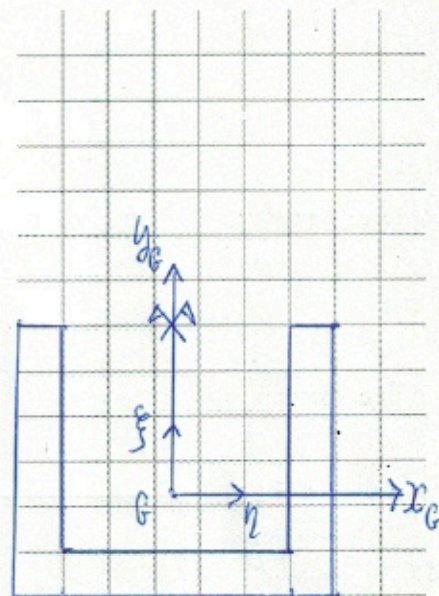
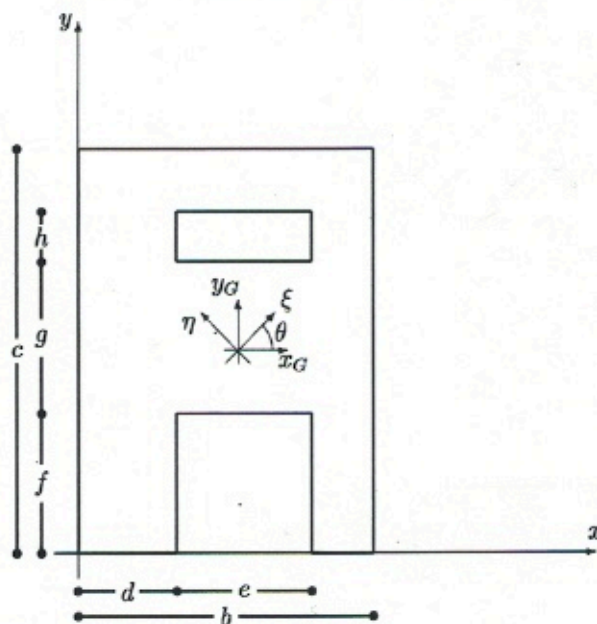
$$u_A = b\delta q_1; v_E = b\delta q_1;$$

$$M_B(\hat{u}) = -qb^2; u_A = b\delta q_1; v_C = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 7a$; $c = 6a$; $d = a$; $e = 5a$; $f = 0$; $g = a$; $h = 5a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



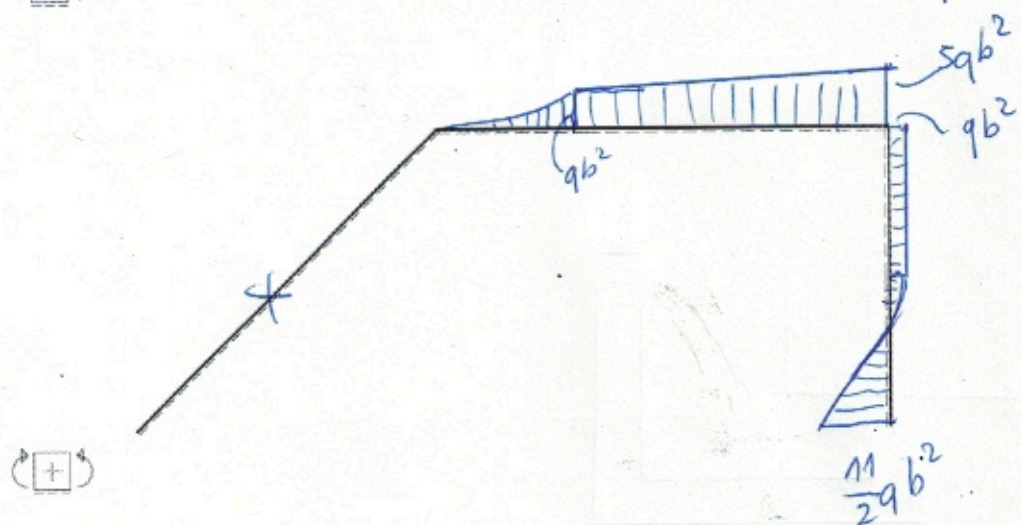
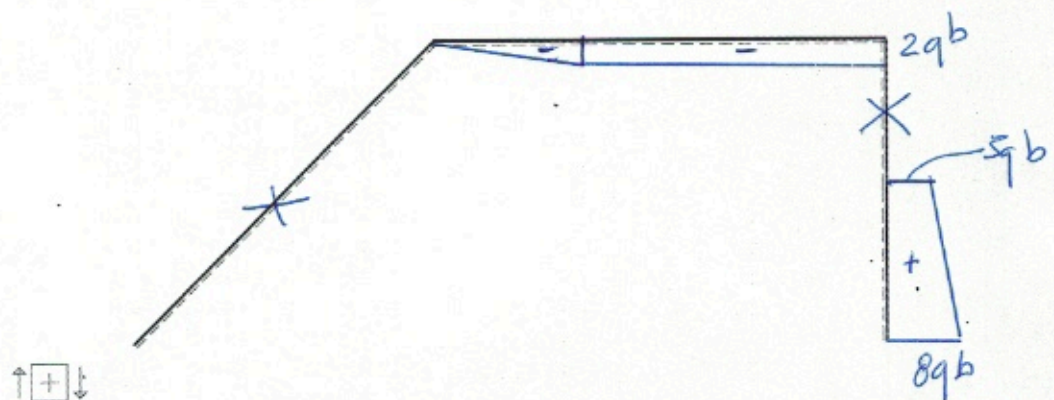
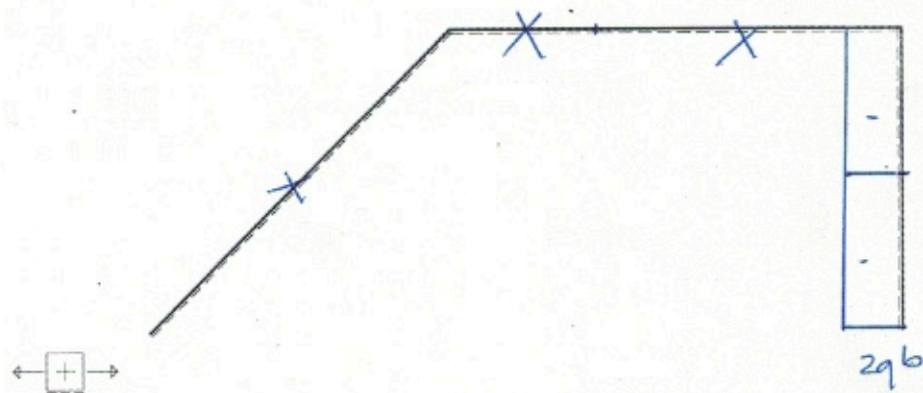
$$S_x = 77/2 a^3 = 38.5000a^3; S_y = 119/2 a^3 = 59.5a^3;$$

$$x_G = 7/2 a = 3.5000a; y_G = 77/34 a = 2.2647a;$$

$$J_{xG} = 11929/204 a^4 = 58.4755a^4; J_{yG} = 1433/12 a^4 = 119.4167a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = 1433/12 a^4; J_\eta = J_{\min} = 11929/204 a^4;$$



$H_A(\Rightarrow) = 0$	$V_A(\Uparrow) = 0$	$H_F(\Leftarrow) = -8qb$	$V_F(\Uparrow) = 2qb$	$M_F(\curvearrowright) = \frac{11}{2}qb^2$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = 0$	$M_{AB} = 0$		
$N_{BC} = 0$	$T_{BC} = -2qx_2$	$M_{BC} = -qx_2^2$		
$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = -2qb$	$M_{CD} = -qb^2 - 2qb x_3$		
$N_{FE} = -2qb$	$T_{FE} = 8qb - 3qx_4$	$M_{FE} = \frac{11}{2}qb^2 - 8qb x_4 + \frac{3}{2}qx_4^2$		
$N_{ED} = -2qb$	$T_{ED} = 0$	$M_{ED} = -qb^2$		

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione verticale V_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto E , v_E .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

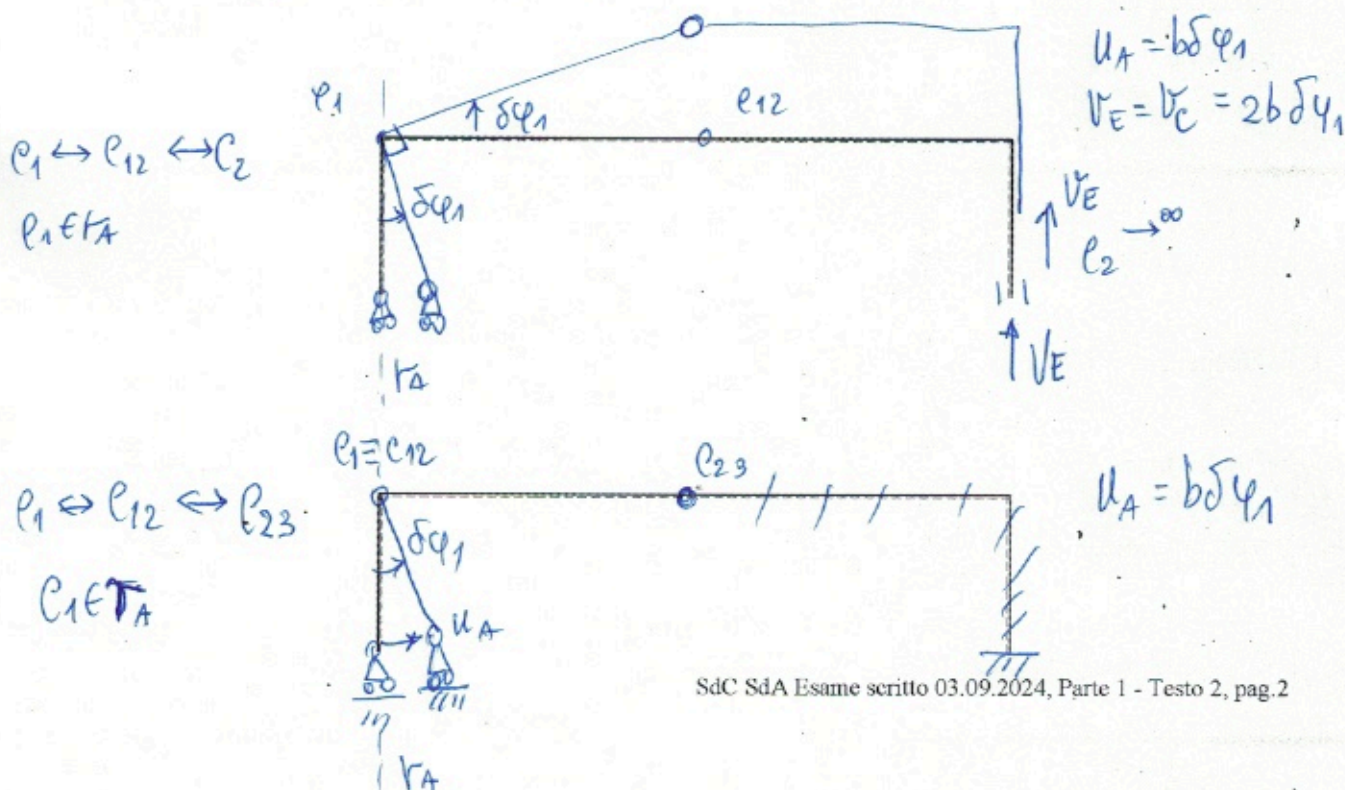
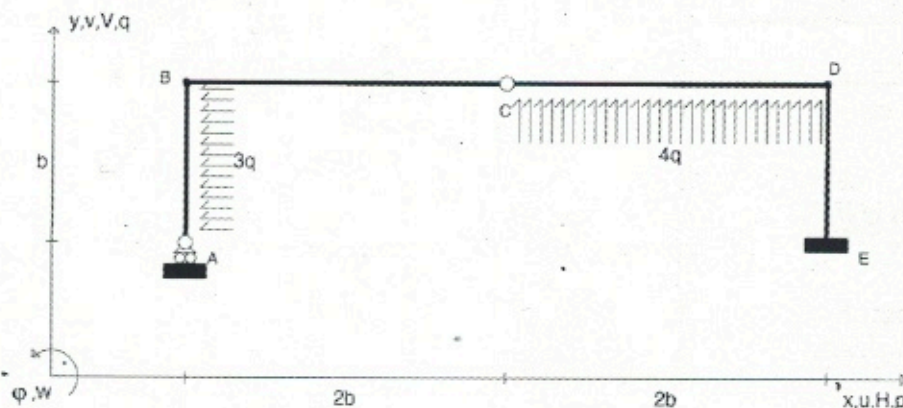
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CDE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC_SdA 03.09.24*005



$$V_E(\hat{u}) = \frac{-29}{4} qb; C_1 = (0, b); C_2 = (\infty, 0); C_{12} = (2b, b);$$

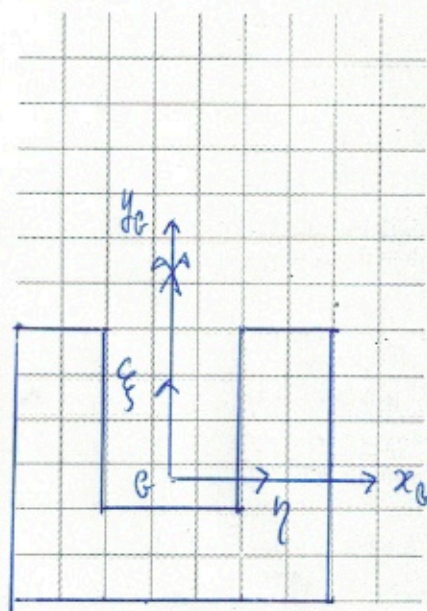
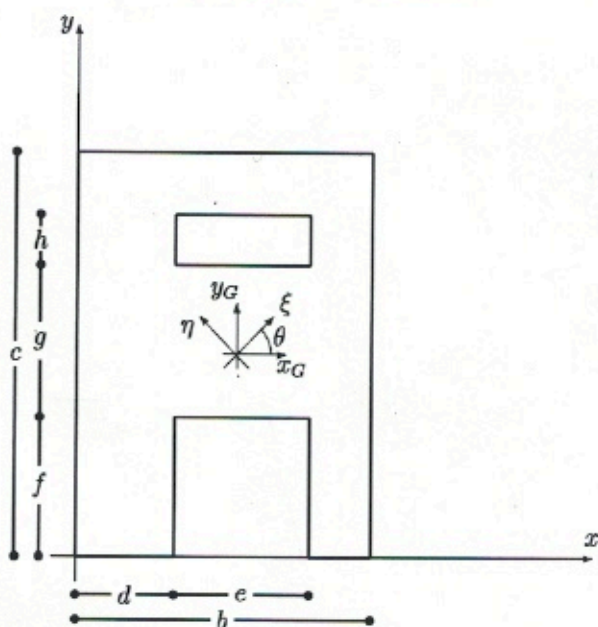
$$u_A = b\delta\varphi_1; v_E = 2b\delta\varphi_1;$$

$$M_B(\hat{x} \hat{y}) = \frac{3}{2} qb^2; u_A = b\delta\varphi_1; v_C = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 7a$; $c = 6a$; $d = 2a$; $e = 3a$; $f = 0$; $g = 2a$; $h = 4a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



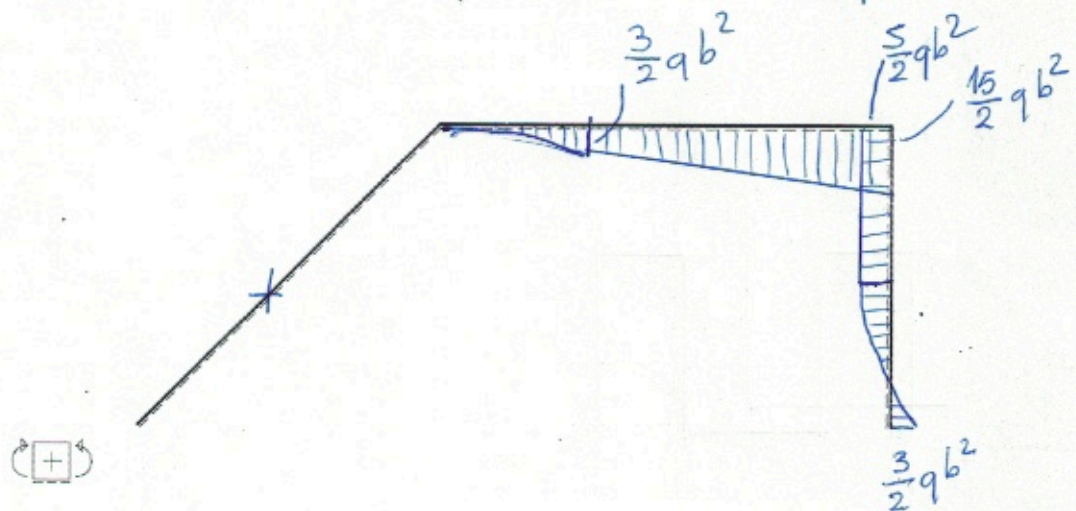
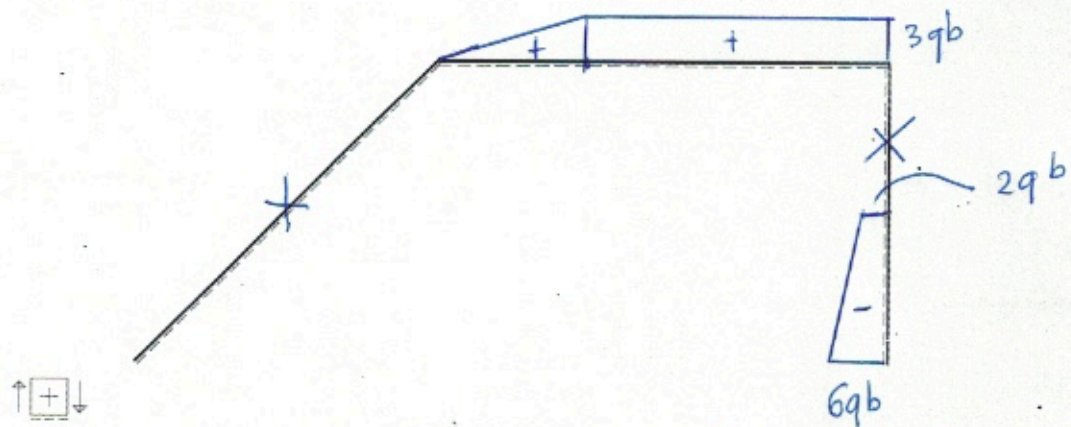
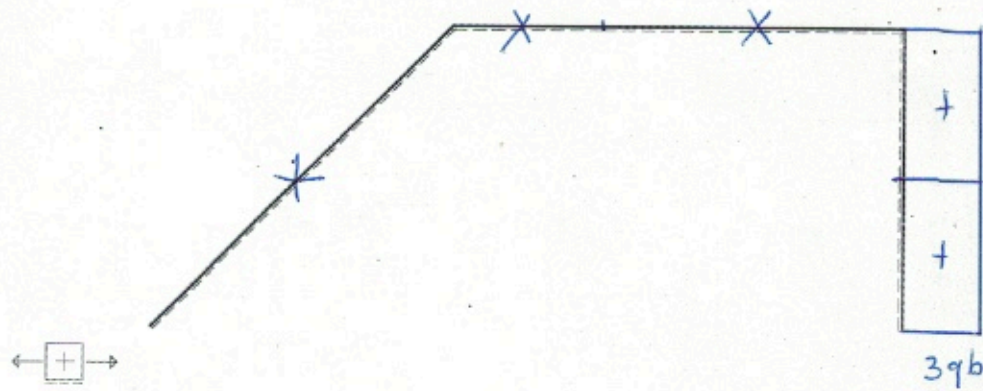
$$S_x = 78a^3; S_y = 105a^3;$$

$$x_G = 7/2 a = 3,5000a; y_G = 13/5 a = 2,6000a;$$

$$J_{xG} = 466/5 a^4 = 93,2000a^4; J_{yG} = 325/2 a^4 = 162,5000a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = 385/2 a^4; J_\eta = J_{\min} = 466/5 a^4;$$



$H_A(\Rightarrow) = 0$	$V_A(\uparrow) = 0$	$H_F(\Rightarrow) = 6qb$	$V_F(\uparrow) = -3qb$	$M_F(\curvearrowright) = -\frac{3}{2}qb^2$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = 0$	$M_{AB} = 0$		
$N_{BC} = 0$	$T_{BC} = 3qx_2$	$M_{BC} = \frac{3}{2}qx_2^2$		
$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = 3qb$	$M_{CD} = \frac{3}{2}qb^2 + 3qb x_3$		
$N_{FE} = 3qb$	$T_{FE} = -6qb + 4qx_4$	$M_{FE} = -\frac{3}{2}qb^2 + 6qb x_4 - 2qx_4^2$		
$N_{ED} = 3qb$	$T_{ED} = 0$	$M_{ED} = \frac{5}{2}qb^2$		